ENTRAINEMENT KANGOUROU

Spécial : Années ! (J)

Au Kangourou des maths il y a 5 niveaux de questions qui sont notés, du plus facile au plus difficile, E, B, C, J et S.
Grâce à leur numéro, ici en gras, vous pouvez retrouver ces questions et leurs corrigés dans les livres et annales Kangourou.

K04C01 Combien vaut $2004 - 200 \times 4$?
A) 7216 B) 0 C) 1204 D) 1200 E) 2804

K00C01 20 % de 2000, c'est :
A) 100 B) 200 C) 400 D) 1000 E) 4000

K01C01 Le Kangourou calcule $2 \times 0 + 0 \times 1$. Le résultat est :
A) 2 B) 0 C) 1 D) 2001 E) 3

K95C03 $1 \times 9 \times 9 \times 5 - (1 + 9 + 9 + 5)$ vaut :
A) 0 B) 381 C) 481 D) 429 E) 995

K95C05 Tous les entiers de 1995 à 1 sont alternativement ajoutés et soustraits, comme ceci :
1995 – 1994 + 1993 – 1992 + ... + 3 – 2 + 1.
Le résultat est :
A) 997 B) 1995 C) 998 D) 0 E) – 997

K96C03 Quel est le plus grand nombre ?
A) $1 \times 9 \times 9 \times 6$ B) $19 \times 9 \times 6$ C) $1 \times 99 \times 6$ D) $1 \times 9 \times 96$ E) 19×96

K98C02 Laquelle de ces divisions a pour quotient 1 et pour reste 1 ?
A) 1 : 1 B) 1998 : 1998 C) 1998 : 1 D) 1998 : 1997 E) 1997 : 1998

K05C01 Combien vaut 2005 x 10 + 2005 ?
A) 200 500 B) 22 055 C) 2 525 D) 4 010 E) 202 505

K98J02 Le tiers de la moitié du neuvième de 1998 vaut :
A) 74 B) 27 C) 36 D) 37 E) 54

K00J01 Pour l'an 2000, quelle écriture convient ?
A) $2^2 5^5$ B) $2^3 5^3$ C) $2^5 5^4$ D) $2^4 5^3$ E) $2^4 5^4$

K05J03 La moyenne de deux nombres est 2005. Si l'un de ces nombres est 5, quel est l'autre ?
A) 2010 B) 4010 C) 2005 D) 4005 E) 1005

K06J01 Quelle est la moyenne de 2006 et 6002 ?
A) 3998 B) 4000 C) 4002 D) 4004 E) 4006

K06J03 Combien y a-t-il de nombres de quatre chiffres, multiples de 2006, dont les quatre chiffres sont distincts ?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ENTRAINEMENT KANGOUROU

Spécial : Années ! (J)

K04J02 Paul, le jardinier, a cueilli 2004 fruits. La moitié est constituée de cerises, un quart d'abricots. Combien de ses fruits ne sont ni des cerises, ni des abricots ?

A) 167 B) 334 C) 501 D) 1002 E) 1837

K01C09 La somme de 2000 nombres entiers strictement positifs est 2001. Quel est leur produit ?

A) 2 B) 2000 C) 2001 D) 1 E) on ne peut pas savoir

K95C10 Quel est le nombre le plus grand ?

A) 1^{995} B) 19×95 C) 19^{95} D) 199^{5} E) 1995

K06J12 Chaque lettre représente un chiffre différent, et chaque chiffre est représenté par une lettre différente.
Quel chiffre peut être représenté par la lettre G ?

$$\begin{array}{r} \mathrm{KAN} \\ +\,\mathrm{KAG} \\ +\,\mathrm{KNG} \\ \hline 2\,0\,0\,6 \end{array}$$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

K03J25 *(question subsidiaire, il faut répondre un chiffre de 0 à 9).*

$$\begin{array}{rccc} & \square & \square & \square \\ + & \square & \square & \bigcirc \\ + & \square & \triangle & \triangle \\ \hline 2 & 0 & 0 & 3 \end{array} \qquad \square + \bigcirc = ?$$

K92C16 Quelle est la somme des chiffres du nombre $N = 10^{92} - 92$?

A) 1992 B) 992 C) 818 D) 808 E) 798

K93C27 On a écrit l'un après l'autre tous les nombres entiers strictement positifs.
Quel chiffre est situé à la $1993^{\text{ème}}$ place ?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

K94C13 J'effectue le produit de tous les nombres impairs compris entre 1 et 1994.
Quel est le chiffre des unités du produit obtenu ?

A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

K95C22 Quelle est la somme des chiffres du nombre $10^{95} - 95$?

A) 6 B) 7 C) 108 D) 663 E) 842

K97C23 On divise par 15 le nombre « 10…0……0 » dont l'écriture décimale est un 1 suivi de 1997 zéros. Quel reste obtient-on ?

A) 1 B) 6 C) 9 D) 10 E) 12

K99C13 On calcule la somme de tous les nombres entiers de 1900 à 1999 puis on en retranche la somme de tous les nombres entiers de 100 à 199 :
(1900 + 1901 + 1902 + …… + 1999) – (100 + 101 + 102 + …… + 199).
Le résultat est :

A) 180 000 B) 178 200 C) 1 800 000 D) 181 800 E) 1 900 000

Spécial : Années ! (J)

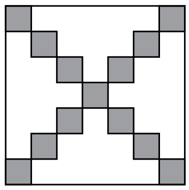
K03C14 Vous disposez de 6 bâtons de longueur 1 cm, 2 cm, 3 cm, 2001 cm, 2002 cm et 2003 cm. Vous devez en choisir trois pour former un « vrai » triangle.
De combien de façons différentes pouvez-vous le faire ?
A) 1 B) 3 C) 5 D) 6 E) plus de 50

K03J08 On considère tous les nombres de quatre chiffres que l'on peut écrire avec les quatre chiffres du nombre 2003. La somme de tous ces nombres vaut :
A) 5005 B) 5555 C) 16665 D) 1110 E) 15555

K03J17 Combien vaut le produit
$\left(1+\frac{1}{2}\right)\times\left(1+\frac{1}{3}\right)\times\ldots\times\left(1+\frac{1}{2002}\right)\times\left(1+\frac{1}{2003}\right)$?
A) 2004 B) 2003 C) 2002 D) 1002 E) 1001

K03J18 N est le nombre $111\ldots\ldots111$ formé de 2003 chiffres 1.
Combien vaut la somme des chiffres du produit $2003\times N$?
A) 10000 B) 10015 C) 10020 D) 10030 E) 2003×2003

K04J18 Dans un carré de côté 2003, les carrés de côté 1 sur les diagonales sont coloriés (la figure montre la situation avec un carré de côté 7). Combien mesure la surface restée blanche ?
A) 2002^2 B) 2002×2001 C) 2003^2 D) 2003×2004 E) 2004^2



K07J19 Dans ce village, tous les habitants ont un nombre de cheveux différent. Personne n'a exactement 2007 cheveux. Mathieu est l'habitant du village qui a le plus de cheveux. Il y a plus d'habitants dans le village que Mathieu n'a de cheveux. Quel est le plus grand nombre possible d'habitants de ce village ?
A) On ne peut pas le déduire B) 2006 C) 2007 D) 2008 E) 2009

K95C29 Dans le nombre de huit chiffres 1•9•9•5•, on doit remplacer les points par des chiffres en s'arrangeant pour que le nombre obtenu soit divisible par 2, 5 et 9.
Combien de nombres différents peut-on fabriquer satisfaisant à ces conditions ?
A) 111 B) 105 C) 104 D) 102 E) 81

K96C30 Dans la suite de chiffres 122333444455555…… , chaque entier est écrit autant de fois que sa valeur. Quel est le 1996ème chiffre écrit ?
A) 0 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

K04J25 *(question subsidiaire, il faut répondre un chiffre de 0 à 9).*
Le nombre 2004 est divisible par 12 et la somme de ses chiffres vaut 6. Combien de nombres s'écrivant avec 4 chiffres et strictement inférieurs à 2004 possèdent ces deux propriétés ?

Solutions

K04C01 : Réponse C.
Il s'agit de respecter les priorités des opérations : 2004 – 800 = 1204.

K00C01 : Réponse C.
$(2000 \div 100) \times 20 = 20 \times 20 = 400$.

K01C01 : Réponse B.
Quelles que soient les erreurs de priorité commises, la réponse est 0.

K95C03 : Réponse B.
$1 \times 9 \times 9 \times 5 - (1 + 9 + 9 + 5) = 405 - 24 = 381$.

K95C05 : Réponse C.
Grouper : (1995 – 1994) + (1993 – 1992) + … + (3 – 2) + (1 – 0).
Il y a $\frac{1996}{2}$ fois 1, soit 998.

K96C03 Solution : Réponse E.
$1 \times 9 \times 9 \times 6 < 600$, $19 \times 9 \times 6 < 1200$, $1 \times 99 \times 6 < 600$, $1 \times 9 \times 96 < 900$, $19 \times 96 = 1824$.

K98C02 Solution : Réponse D.
$1998 = 1 \times 1997 + 1$.

K05C01 : Réponse B.
2005 × 10 + 2005 = 20 050 + 2005 = 22055.

K98J02 : Réponse D.
$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{9} \times 1998 = 37$.

K00J01 : Réponse D.
$2000 = 2 \times 10^3 = 2 \times 2^3 \times 5^3 = 2^4 \times 5^3$.

K05J03 : Réponse D.
Soit X le nombre cherché. On sait que $\frac{5 + X}{2} = 2005$. Donc $X = 2 \times 2005 - 5 = 4005$.

K06J01 : Réponse D.
$\frac{2006 + 6002}{2} = \frac{8008}{2} = 4004$.

K06J03 : Réponse C.
Les nombres de quatre chiffres divisibles par 2006
sont : 2006, 4012, 6018 et 8036. Seuls les 3 derniers ont leurs quatre
chiffres différents.

SOLUTIONS

K04J02 : Réponse C.
Si on enlève une moitié plus un quart, il reste le quart des fruits, soit 501.

K01C09 : Si les 2000 entiers strictement positifs étaient 1, leur somme serait 2000. Donc tous les entiers sont 1 sauf un qui est 2. Le produit est donc 2.

K95C10 : Réponse C.
$1^{995} = 1$; $19 \times 95 < 2000$; $19^{95} > 10^{95}$; $199^5 < 1000^5$ et $1000^5 = 10^{15}$; $1995 < 2000$.

K06J12 : Réponse A.
Si G vaut 1, alors nécessairement N vaut 4 ; K vaut 6 et A vaut 8. C'est correct et il n'y a qu'une seule réponse juste.
C'est donc la réponse A. (Il y a une autre solution au cryptarithme :
K = 6, A = 5, N = 8 et G = 9, réponse non proposée.)

K03B25 = K03C25 = K03J25 : Réponse 6.
Regardons le chiffre des centaines : le triple du chiffre $\square$, plus la retenue (qui peut valoir 0, 1 ou 2), doit valoir 20. Or $20 = 3 \times 6 + 2$. C'est donc que la retenue vaut 2 et que $\square = 6$. Alors, en regardant les dizaines, $12 + \triangle$ ou $12 + \triangle + 1$ ou $12 + \triangle + 2$ vaut 20.
Si $\triangle$ vaut 8, en regardant les unités, on doit avoir $6 + \bigcirc + 8 = 3$, ce qui est impossible.
Si $\triangle$ vaut 6, en regardant les unités, on doit avoir $6 + \bigcirc + 6 = 23$, ce qui est impossible puisque $\bigcirc < 10$.
Donc $\triangle = 7$ et on a bien $6 + \bigcirc + 7 = 13$ avec $\bigcirc = 0$. Finalement $\square + \bigcirc = 6$.

K92C16 : Réponse C.

$$\begin{array}{r} 1\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\ldots\ldots0\,0\,0\,0\,0 \\ 9\,2 \\ \hline 9\,9\,9\,9\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots9\,9\,9\,0\,8 \end{array}$$

(92 chiffres)

$9 \times 90 + 0 + 8 = 818$.

K93C27 : Réponse B.
On écrit 9 nombres de 1 chiffre donc 9 chiffres ; puis 90 nombres de 2 chiffres donc 180 chiffres ; 1993 – (180 + 9) = 1993 – 189 = 1804, $1804 = 3 \times 601 + 1$; le premier nombre de 3 chiffres est 100 ; le 601$^{\text{ème}}$ nombre de 3 chiffres est 700 ; et le 1993$^{\text{ème}}$ chiffre est le 7 du nombre 701.

K94C13 : Réponse C.
Deux remarques : Tout nombre impair multiple de 5 se termine par 5 ; tout produit de nombres impairs est impair. Le chiffre cherché est donc 5.

K95C22 : Réponse E.
10 puissance 95, c'est 1 suivi de 95 zéros. Si je lui ôte 95, le chiffre des unités du nombre obtenu est 5, celui des dizaines est un 0 (attention à la retenue) et tous les autres chiffres sont des 9.
Il y a donc 95 – 2 = 93 chiffres 9 dans ce nombre.
La somme des chiffres de $10^{95} - 95$ est $5 + 0 + 93 \times 9 = 842$.

SOLUTIONS

K97C23 : Réponse D.
Si on divise par 15 un nombre tel que 1 000, 10 000, 100 000, etc., on obtient toujours un reste égal à 10.
($10^n = 10^{n-2} \times 90 + 10^{n-3} \times 90 + \ldots + 10^1 \times 90 + 90 + 10$ et 90 divisible par 15.)

K99C13 : Réponse A.
On enlève les parenthèses et on calcule
(1900 – 100) + (1901 – 101) + … + (1999 – 199) soit une somme de 100 termes, tous égaux à 1800.

K03C14 : Réponse D.
L'inégalité triangulaire interdit de faire un triangle avec les 3 petits bâtons, ainsi qu'avec un « grand » et deux petits. Il y a donc nécessairement deux « grands » et un petit (qui ne peut pas être « trop » petit) ou bien les 3 grands.
Cela fait donc 6 solutions : (2001 ; 2002 ; 2), (2001 ; 2002 ; 3), (2001 ; 2003 ; 3), (2002 ; 2003 ; 2), (2002 ; 2003 ; 3) et (2001 ; 2002 ; 2003).

K03J08 : Réponse E.
2003 + 2030 + 2300 + 3002 + 3020 + 3200 = 15555.

K03J17 : Réponse D.
Il faut effectuer chaque parenthèse. Le produit cherché est alors : $\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \frac{6}{5} \times \cdots\cdots \times \frac{2004}{2003}$. Par une belle série de simplifications à la chaîne, ce produit vaut finalement $\frac{2004}{2}$ soit 1002.

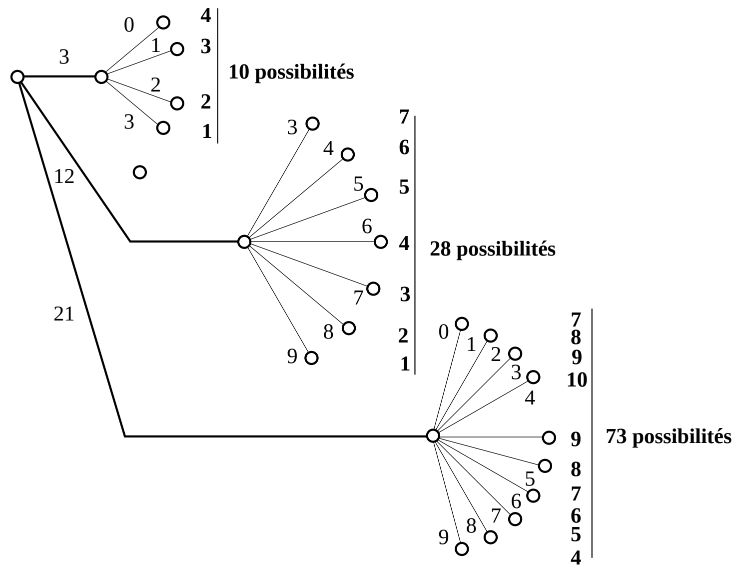
K03J18 : Réponse B.
En imaginant posée la multiplication $2003 \times 111\ldots111$, on voit une addition de 2003 termes valant tous 2003, avec un décalage d'un chiffre à chaque fois. On obtient un résultat qui est un nombre de 2006 chiffres, se terminant par 333, commençant par 222 et contenant 2000 chiffres 5 au centre : 222555……555333.
La somme des chiffres de ce produit vaut : 3 × 2 + 2000 × 5 + 3 × 3 = 10015.

K04J18 : Réponse A.
Dans le carré de n carreaux de côté, chaque diagonale comporte n carreaux. L'aire totale est n^2. Le nombre des carreaux en diagonales est $n + n - 1$, soit $2n - 1$.
D'où la surface blanche : $n^2 - 2n + 1$ soit $(n-1)^2$.

K07J19: Réponse C.
Si tous les habitants ont un nombre différent de cheveux et que Mathieu est celui qui en a le plus, le nombre de cheveux de Mathieu doit au moins être égal au nombre d'habitants moins un (on peut être chauve !).
On a $h - 1 \leq m$ en notant h le nombre d'habitants et m le nombre de cheveux de Mathieu.
Or il y a plus d'habitants que Mathieu n'a de cheveux : $m < h$.
On déduit $m = h - 1$; et à chaque entier de 0 à m correspond un habitant ayant ce nombre de cheveux.
Comme personne n'a exactement 2007 cheveux, le maximum pour m est 2006, et donc 2007 pour h.

SOLUTIONS

K95C29 : Réponse A.
Pour être divisible par 2 et 5, le nombre doit se terminer par le chiffre 0.
La somme des autres chiffres doit être multiple de 9.
On doit donc placer 3 chiffres dont la somme est égale à 3, à 12 ou à 21.
Un travail un peu long, schématisé par l'arbre ci-dessous, montre qu'il y a respectivement 10, 28 et 73 possibilités pour chacun de ces trois cas.
Au total 111 possibilités.



K96C30 : Réponse C.
Pour écrire d'abord ce qui correspond à des nombres à 1 chiffre, on écrit :
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9, soit 45 chiffres.
Ensuite on écrit des nombres à 2 chiffres ; et c'est le 1996 – 45, soit 1951ème qui nous intéresse dans cette suite. (On n'arrivera pas aux nombres à trois chiffres qui ne commencent que bien plus loin.)
Comme 1951 est un nombre impair, c'est donc un chiffre correspondant à des dizaines (comme le 1er, le 3ème, le 5ème, …).
Quand on commence à écrire vingt fois 20, on en a déjà écrit $2\times(10+11+12+\ldots+19)$ soit $2\times(5\times29)$ puisque 29 = 10 + 19 =11 + 18 = 12 + 17 = 13 + 16 = 14 + 15 ; cela fait 290.
Quand on commence à écrire trente fois 30, on en a écrit en plus $2\times(20+21+22+\ldots+29)$ soit $2\times(5\times49)$, c'est-à-dire 490.
Quand on commence à écrire quarante fois 40, on en a écrit en plus $2\times(30+31+32+\ldots+39)$ soit $2\times(5\times69)$, c'est-à-dire 690.
On en est alors à 290 + 490 + 690, soit 1470 et la série des quarante (qui comptera plus de 690 chiffres et « certainement » 890) dépassera 1951.
C'est donc un « 4 » qui se trouvera en 1996ème position.

K04J25 : Réponse 6.
Les nombres cherchés sont multiples de 12, donc de 4 ; leurs deux derniers chiffres forment un nombre multiple de 4 et leur somme est strictement inférieure à 6. Ces deux derniers chiffres ne peuvent donc être que 00, 04, 12, 20, 32 ou 40.
Les nombres cherchés, strictement inférieurs à 2004 et à 4 chiffres, ont 1 comme premier chiffre, et on trouve le deuxième chiffre de façon que la somme des chiffres soit 6. D'où les 6 nombres :
1500, 1104, 1212, 1320, 1032, 1140.