ENTRAINEMENT KANGOUROU

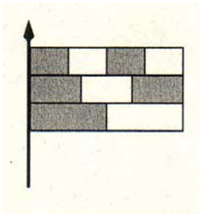
Spécial : Aires (J - lycées)

Au Kangourou des maths il y a 5 niveaux de questions qui sont notés, du plus facile au plus difficile, E, B, C, J, S.
Grâce à leur numéro, ici en gras, vous pouvez retrouver ces questions et leurs corrigés dans les livres et annales Kangourou.

K02B08 L'aire d'un rectangle est 1. On coupe un coin du rectangle suivant un segment qui joint les milieux de deux côtés consécutifs. Quelle est l'aire du triangle ainsi découpé ?

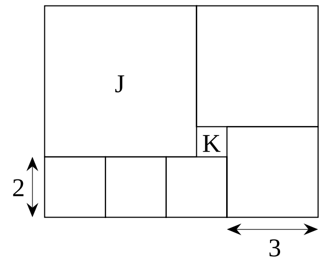
A) 1/3 B) 1/4 C) 2/5 D) 3/8 E) 1/8

K06J09
Un drapeau est formé de trois bandes de même largeur.
Chaque bande est divisée en parties égales dont certaines sont grisées (comme le montre la figure).
Quelle est la fraction du drapeau qui est grisée ?



A) 1/2 B) 2/3 C) 3/5 9D) 5/3 E) 5/9

K03B12 La figure ci-contre est formée de 7 carrés. J est le plus grand, K est le plus petit. Combien le carré J contient-il de carrés K ?

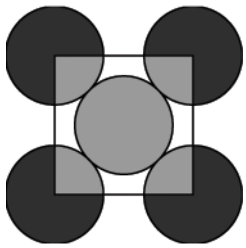


A) 16 B) 25

C) 36 D) 49 E) la figure est impossible.

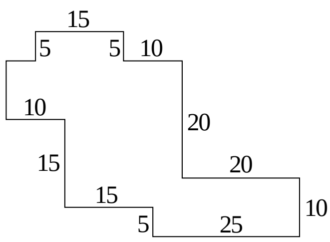
K05B14 Sur la figure, cinq cercles de même rayon se touchent. On a tracé le carré dont les sommets sont les centres des quatre cercles extérieurs.

Quel est alors le quotient $\dfrac{aire\ grisée}{aire\ noire}$?



A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{4}$

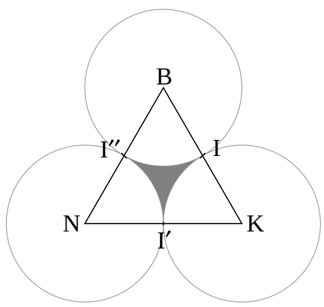
K01B16 Le jardin des délices a la forme ci-contre (tous ses angles sont droits et les mesures sont données en mètres).
Quelle est l'aire en m^2 du jardin des délices ?



A) 700 B) 750

C) 800 D) 850 E) 900

K97J18 L'aire du BIKINI.
Les côtés d'un triangle équilatéral BKN mesurent 6.
Soient I, I′, I″ les milieux respectifs de [BK], [KN] et [NB].
On ôte du triangle les portions de disque de centre B, K, et N de rayon BI. Quelle est l'aire de la surface restante?

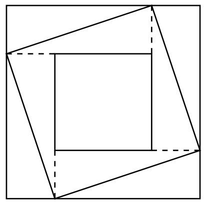


A) $18\sqrt{3}-9\pi$ B) $9\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}\right)$

C) 2 D) $\frac{\pi}{2}-1$ E) $6\left(\pi-\sqrt{3}\right)$

Spécial : Aires (J)

K01B20 Le côté du plus grand carré vaut 4 et celui du plus petit vaut 2. Quelle est l'aire du carré oblique ?

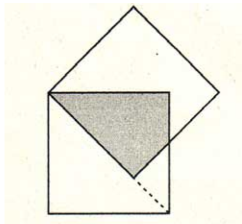


A) 8 B) 9 C) 10

D) 11 E) 12

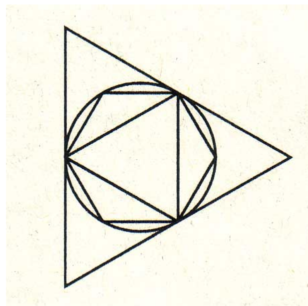
K06J20

Deux carrés de côté 1 ont un sommet commun, et le côté de l'un est sur la diagonale de l'autre, comme le montre la figure. Quelle est l'aire commune aux deux carrés ?



A) $\sqrt{2}-1$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ D) $\sqrt{2}+1$ E) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

K07J20 Un triangle équilatéral d'aire S_1 et un hexagone régulier d'aire S_2 sont inscrits dans un cercle lui-même inscrit dans un triangle équilatéral d'aire S_3. Quelle relation y a-t-il entre S_1, S_2 et S_3 ?



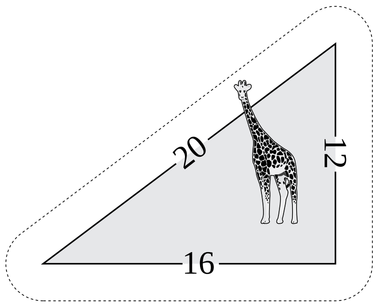
A) $S_2^{2} = S_3 \cdot S_1$ B) $S_2 = S_3 + 2S_1$

C) $S_3 = S_1 + S_2$ D) $S_2^{2} = S_3^{2} \cdot S_1^{2}$

E) $S_3 = S_2 + 3\,S_1$

K97J21 Un coup de dents, le cou dehors.

Une girafe est installée dans un curieux pré triangulaire, clôturé. Les côtés du pré mesurent 20 m, 16 m et 12 m. Grâce à son long cou, la girafe peut brouter la délicieuse herbe verte qui pousse à l'extérieur de la clôture jusqu'à une distance de 2 mètres. Soit S l'aire, en m^2, d'herbe verte qu'elle pourra brouter à l'extérieur de son pré. Parmi ces nombres, quelle est la meilleure approximation de S ?

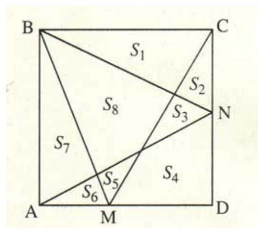


A) 96 B) 99,14 C) 102,28

D) 105,42 E) 108,56

K06J23

Soient M et N deux points quelconques respectivement sur le côté [AD] et sur le côté [DC] d'un carré ABCD. Le carré est alors découpé en huit parties d'aires S_1, S_2,…, S_8 comme le montre la figure. Laquelle des expressions suivantes est toujours égale à S_8 ?



A) $S_2 + S_4 + S_6$ B) $S_1 + S_3 + S_5 + S_7$ C) $S_1 + S_4 + S_7$

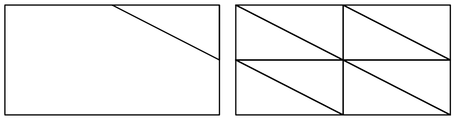
D) $S_2 + S_5 + S_7$ E) $S_3 + S_4 + S_5$

K97J27 Pour prendre l'aire.

On s'intéresse aux triangles dont les longueurs des côtés sont : 1, a et 3, avec $1 \leq a \leq 3$.
Quel est le maximum de l'aire de tels triangles ?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{\sqrt{33}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{35}}{4}$ D) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ E) $\frac{9}{2}$

SOLUTIONS



K02B08 Solution : Réponse E.
Le rectangle contient 8 triangles identiques à celui découpé.

K06J09 Solution : Réponse E.
Pour chaque bande, la partie grisée représente respectivement $\frac{2}{4}, \frac{2}{3}$ et $\frac{1}{2}$. Chaque bande représente $\frac{1}{3}$ du drapeau.
La somme des parties grisées vaut donc :
$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \right)$ qui vaut $\frac{1}{3} \times \frac{10}{6}$ soit $\frac{5}{9}$.

K03B12 Solution : Réponse B.
Les deux informations de longueur portées sur la figure permettent de déduire que les côtés des 5 carrés sont 1 (pour K), 2, 3, 4 et 5 (pour J). Il y a donc 25 carrés K dans le carré J.

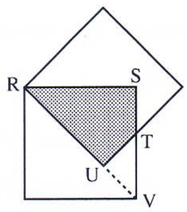
K05B14 Solution : Réponse D.
Aire grisée : un disque plus quatre quarts de disque, donc 2 disques. Aire noire : quatre fois trois-quarts de disque, donc 3 disques. Et $\frac{aire\ grisée}{aire\ noire} = \frac{2}{3}$

K01B16 Solution : Réponse E.
L'aire peut se calculer par soustraction en enlevant 5 rectangles au rectangle de 50 m sur 35 m qui enveloppe le jardin. $50 \times 35 = [(5 \times 5) + (5 \times 10) + (25 \times 20) + (5 \times 15) + (10 \times 20)] = 1750 - 850 = 900$.

K97J18 Solution : Réponse B.
L'aire s'obtient en ôtant à l'aire du triangle équilatéral BKN celle d'un demi-disque de rayon BI = 3 :
$\frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \times \pi \times 3^2 = 9\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right)$.

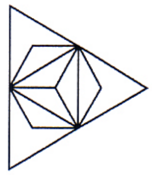
K01B20 Solution : Réponse C.
L'aire du grand carré est 16 et celle du petit est 4. L'aire du carré oblique est « juste au milieu » entre ces deux aires, puisque ce carré du milieu a autant de surface en plus du petit qu'il en a en moins du grand (chacun de ces côtés est diagonale d'un rectangle et partage ce rectangle en deux triangles de même aire).
Le nombre « juste au milieu » (la moyenne) entre 4 et 16 est 10.

K06J20 Solution : Réponse A.
TUV est un triangle isocèle rectangle
(UTV = 45° et TVU = 45°)
Donc TU = UV = $\sqrt{2}$ -1 et l'aire de TUV est $\frac{1}{2}\left(\sqrt{2}-1\right)^2$ soit $\frac{3}{2} - \sqrt{2}$.
L'aire de RSTU est égale à l'aire de TUV ôtée de l'aire d'un demi-carré,
Soit $\frac{1}{2} - \left(\frac{3}{2} - \sqrt{2}\right)$, c'est-à-dire $\sqrt{2}$ -1.



SOLUTIONS

K07J20 Solution : Réponse A.
Refaisons la figue sans le cercle. On a : $S_3 = 4S_1$ et $S_2 = 2S_1$.
Et on a donc la relation : $S_2^2 = 4S_1^2 = S_3 \times S_1$.



K97J21 Solution : Réponse E.
La surface se compose d'un disque entier de rayon 2 et de 3 rectangles de largeur 2 et de longueurs 12, 16 et 20. Soit $2\times(12+16+20)+4\pi \cong 108{,}56$.

K06J23 Solution : Réponse **A.**
Les triangles BCM et BAN ont une aire moitié de l'aire S du carré.
On a donc : $S_1+S_8+S_5 = \dfrac{S}{2}$ et $S_7+S_8+S_3 = \dfrac{S}{2}$
Soit en additionnant : $S_1+S_8+S_5+S_7+S_8+S_3 = S$.
Or $S = S_1+S_2+S_3+S_4+S_5+S_6+S_7+S_8$. D'où :
$S_1+S_8+S_5+S_7+S_8+S_3 = S_1+S_2+S_3+S_4+S_5+S_6+S_7+S_8$.
Soit, après simplification : $S_8 = S_2+S_4+S_6$.

K97J27 Solution : Réponse C.
Soit α l'angle formé par les côtés d'un triangle de longueur 1 et 3. L'aire du triangle vaut $\dfrac{1}{2}\times(1\times 3\times\sin\alpha)$; elle est maximum quand α est maximum ; mais alors a aussi est maximum.
Donc $a = 3$, le triangle est isocèle, et l'aire est : $\dfrac{1}{2}\times 1\times\sqrt{9-\dfrac{1}{4}} = \dfrac{\sqrt{35}}{4}$.